**Descrierea soluției – Densitate**

*Propunător: Ionel-Vasile Piț-Rada*

*Colegiul Național Traian Drobeta Turnu Severin*

**Soluția 1**

*Autor: Ionel-Vasile Piț-Rada*

*Colegiul Național Traian Drobeta Turnu Severin*

Densitatea D, este un număr rațional u/v cu u, v <= 100.

Dacă notăm cu P și I numărul numerelor pare, respectiv numărul numerelor impare care sunt într-o secvență arbitrară, deducem:

     D = u/v = P/(P + I)  <=>  (u - v)\*P + u\*I = 0

Dacă în secvența inițială, înlocuim fiecare număr par cu (u - v) și fiecare număr impar cu u, problema se reduce la a număra câte secvențe de sumă 0 există. Această variantă este mult mai tractabilă, putând fi ușor rezolvată în timp liniar, cu ajutorul sumelor parțiale.

Fie S[0] = 0 și S[i] = A[1] + A[2] + ... + A[i], pentru 1 <= i <= N.

Suma elementelor unei secvențe (i, j] va fi S[j] - S[i]. În mod evident ne vor interesa secvențele pentru care S[i] = S[j]. Astfel, când iterăm crescător cu indexul j, vom dori să calculăm numărul secvențelor de sumă zero care se termină la poziția j. Cu ajutorul unui vector de frecvențe F[X], care ne va spune de câte ori am întâlnit până acum suma X, putem deduce că numărul acestor secvențe este F[S[j]]. Înainte de a trece la iterația următoare F[S[j]] se va incrementa cu 1.

Vectorul F[] se va inițializa cu 0, cu excepția F[0] = 1.

**Soluția 2**

*Autor: prof. Adrian Panaete*

*Colegiul Național „A.T. Laurian” Botoșani*

Calculăm procentul **0.ab** sub forma **p/q**, fracție ireductibilă. Această densitate se poate obține dacă pe intervale de lungime **L** care conțin **M** valori pare are loc **M/L=p/q**, de unde rezultă că există **r** astfel încât **M=r\*p** și **L=r\*q** (deci pe intervale cu lungimea multiplu de **q**).

Codificând cu **0/1** valorile impare/pare avem nevoie de intervale de lungime **L** care conțin **M** valori de **1**.

Calculăm sumele parțiale ale șirului de **0** și **1** și astfel vom putea calcula pe orice interval de lungime **q** valoarea (pozitivă sau negativă) cu care suma pe un astfel de interval diferă de **p**.

Apoi vom putea trata separat problema pe intervale consecutive de lungime **q**.

Obținem o subproblemă pentru fiecare rest modulo **q** și în fiecare subproblemă numărul subsecvențelor cu densitate **p/q** devine egal cu numărul subsecvențelor cu suma **0** pentru subproblema respectivă.